

Funções - Professor Luiz Freire

Lista de Exercícios

Exercícios de Cálculo Direto

Nível Muito Fácil

1. Dada a função $f(x) = 2x + 3$, calcule $f(1)$.
2. Se $g(x) = x^2$, qual é o valor de $g(-2)$?
3. Determine o domínio da função $h(x) = 1/x$.
4. Qual é a imagem da função constante $k(x) = 5$?
5. Dada a função linear $m(x) = -x + 4$, calcule $m(0)$.

Nível Fácil

1. Se $f(x) = 3x - 1$ e $g(x) = x + 2$, calcule $f(g(1))$.
2. Determine o domínio da função $p(x) = \sqrt{x - 3}$.
3. Dada a função $q(x) = |x - 1|$, calcule $q(-3)$.
4. Se $r(x) = x^2 - 4x + 4$, encontre as raízes de $r(x)$.
5. Qual é o vértice da parábola $s(x) = x^2 - 2x + 1$?

Nível Moderado

1. Determine a função inversa de $f(x) = 4x - 5$.
2. Se $h(x) = x^3 - 8$, calcule $h(2)$ e $h(-2)$.
3. Encontre o domínio e a imagem da função $t(x) = (x + 1) / (x - 2)$.
4. Dada a função $u(x) = 2^x$, calcule $u(3)$ e $u(-1)$.
5. Qual é o valor de x na equação $\log_2(x) = 3$?

Nível Difícil

1. Se $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = x - 3$, determine $(f \circ g)(x)$ e $(g \circ f)(x)$.
2. Encontre o domínio da função $v(x) = \log(x^2 - 9)$.
3. Dada a função $w(x) = \sin(x)$, qual é o período e a imagem de $w(x)$?
4. Determine a equação da reta que passa pelos pontos $(1, 2)$ e $(3, 8)$.
5. Se $y(x) = e^{(2x)}$, calcule $y'(x)$ (derivada de y em relação a x).

Nível Muito Difícil

1. Determine o domínio da função $z(x) = \sqrt{\log(x - 1)}$.
2. Se $f(x) = x^2$ e $g(x) = x + 1$, encontre o valor de x para o qual $f(g(x)) = g(f(x))$.
3. Dada a função $a(x) = (x^2 - 4) / (x - 2)$, simplifique $a(x)$ e determine seu domínio.
4. Qual é o limite de $b(x) = (x^2 - 1) / (x - 1)$ quando x tende a 1?
5. Se $c(x) = x * e^x$, calcule $c'(x)$ (derivada de c em relação a x).

Exercícios de Situações-Problema Contextualizadas

Nível Muito Fácil

1. O preço de um pão de queijo é R\$ 2,00. Se você comprar x pães de queijo, qual a função que representa o custo total?
2. Um táxi cobra uma taxa fixa de R\$ 5,00 mais R\$ 2,00 por quilômetro rodado. Qual a função que representa o custo da corrida em função dos quilômetros rodados?
3. A temperatura em uma cidade é de 10°C e aumenta 2°C por hora. Qual a função que representa a temperatura em função do tempo (em horas)?
4. Uma pessoa tem R\$ 50,00 e gasta R\$ 5,00 por dia. Qual a função que representa o saldo restante em função dos dias?
5. O número de bactérias em uma cultura dobra a cada hora. Se inicialmente há 10 bactérias, qual a função que representa o número de bactérias em função do tempo (em horas)?

Nível Fácil

1. O custo de produção de x peças é dado pela função $C(x) = 10x + 50$. Se o preço de venda de cada peça é R\$ 15,00, qual a função que representa o lucro $L(x)$ na venda de x peças?
2. A altura de um objeto lançado para cima é dada pela função $h(t) = -5t^2 + 20t$, onde t é o tempo em segundos. Qual a altura máxima atingida pelo objeto?
3. Uma loja oferece um desconto de 10% sobre o valor de um produto. Qual a função que representa o preço final $P(x)$ de um produto com preço original x ?
4. O número de habitantes de uma cidade cresce a uma taxa de 2% ao ano. Se a população atual é de 100.000 habitantes, qual a função que representa a população $P(t)$ em t anos?
5. Um capital de R\$ 1.000,00 é aplicado a juros simples de 1% ao mês. Qual a função que representa o montante $M(t)$ em t meses?

Nível Moderado

1. Uma empresa de telefonia oferece dois planos: Plano A: R\$ 30,00 fixos mais R\$ 0,50 por minuto. Plano B: R\$ 0,80 por minuto. A partir de quantos minutos o Plano A se torna mais vantajoso?
2. A concentração de um medicamento na corrente sanguínea é dada pela função $C(t) = 100 \cdot (0.8)^t$, onde t é o tempo em horas. Qual a concentração após 2 horas?
3. Um fazendeiro tem 100 metros de cerca para cercar um terreno retangular. Qual a função que representa a área do terreno em função de um dos lados?
4. O valor de um carro deprecia 15% ao ano. Se um carro novo custa R\$ 60.000,00, qual a função que representa o valor $V(t)$ do carro em t anos?
5. A população de coelhos em uma ilha é dada pela função $P(t) = 500 / (1 + 4 \cdot e^{(-0.5t)})$, onde t é o tempo em anos. Qual a população de coelhos após 4 anos?

Nível Difícil

1. Uma caixa sem tampa será construída a partir de uma folha de papelão quadrada de 20 cm de lado, cortando-se quadrados de lado x em cada um dos quatro cantos e dobrando-se as abas. Qual a função que representa o volume $V(x)$ da caixa?
2. O custo total de produção de x unidades de um produto é dado por $C(x) = x^2 + 10x + 50$. O preço de venda por unidade é $P(x) = 50 - x$. Qual o número de unidades que maximiza o lucro?
3. A temperatura de um forno é dada por $T(t) = 200 - 150 \cdot e^{(-0.1t)}$, onde t é o tempo em minutos. Qual a temperatura do forno após um longo período de tempo ($t \rightarrow \infty$)?
4. Um projétil é lançado do solo e sua trajetória é descrita pela função $y = -x^2 + 10x$, onde y é a altura e x é a distância horizontal. Qual a distância horizontal máxima que o projétil atinge?
5. Uma piscina está sendo esvaziada. O volume de água restante na piscina é dado por $V(t) = 1000 - 50t$, onde t é o tempo em horas. Qual o tempo necessário para esvaziar completamente a piscina?

Nível Muito Difícil

1. Um fabricante de caixas de papelão deseja construir caixas com volume de 1000 cm^3 . A base da caixa é um quadrado. Qual a função que representa a área total de material gasto em função do lado da base?
2. Uma empresa produz um produto e o custo marginal (custo de produzir uma unidade adicional) é dado por $C'(x) = 2x + 5$. Se o custo fixo é de R\$ 100,00, qual a função do custo total $C(x)$?

3. A taxa de variação da população de peixes em um lago é dada por $dP/dt = 0.02P * (1 - P/1000)$, onde P é a população e t é o tempo em anos. Se a população inicial é de 100 peixes, qual a população após um longo período de tempo ($t \rightarrow \infty$)?
4. Um ponto $P(x, y)$ se move ao longo da curva $y = x^2$. Qual a distância mínima entre o ponto P e o ponto $(0, 2)$?
5. Uma função $f(x)$ é definida por $f(x) = x^2$ para $x < 0$ e $f(x) = x + 1$ para $x \geq 0$. Determine se a função é contínua em $x = 0$.

Gabarito

1. 5
2. 4
3. $x \neq 0$
4. $\{5\}$
5. 4
6. 8
7. $x \geq 3$
8. 4
9. $x = 2$
10. $(1, 0)$
11. $f^{-1}(x) = (x + 5) / 4$
12. $h(2) = 0, h(-2) = -16$
13. Domínio: $x \neq 2$; Imagem: $y \neq 1$
14. $u(3) = 8, u(-1) = 1/2$
15. $x = 8$
16. $(f \circ g)(x) = x^2 - 6x + 10; (g \circ f)(x) = x^2 - 2$
17. $x < -3$ ou $x > 3$
18. Período: 2π ; Imagem: $[-1, 1]$
19. $y = 3x - 1$
20. $y'(x) = 2e^{(2x)}$
21. $x \geq 2$
22. $x = 1$
23. $a(x) = x + 2$, para $x \neq 2$; Domínio: $x \neq 2$
24. 2
25. $c'(x) = e^x + xe^x$
26. $C(x) = 2x$
27. $C(x) = 2x + 5$
28. $T(t) = 2t + 10$
29. $S(d) = 50 - 5d$
30. $N(t) = 10 * 2^t$

31. $L(x) = 5x - 50$
32. 20 metros
33. $P(x) = 0.9x$
34. $P(t) = 100000 * (1.02)^t$
35. $M(t) = 1000 + 10t$
36. A partir de 100 minutos
37. 64
38. $A(x) = x * (50 - x)$
39. $V(t) = 60000 * (0.85)^t$
40. Aproximadamente 490 coelhos
41. $V(x) = x * (20 - 2x)^2$
42. 20 unidades
43. 200°C
44. 10 unidades de distância
45. 20 horas
46. $A(x) = 2x^2 + 4000/x$
47. $C(x) = x^2 + 5x + 100$
48. 1000 peixes
49. $\sqrt{7} / 2$
50. Sim, é contínua em $x = 0$.

Comentários Explicativos

Questão 1

Raciocínio Esperado: Substituir o valor de x na função e realizar a operação. **Erros**

Comuns: Erros de cálculo básico. **Dicas:** A notação $f(x)$ significa que a função depende da variável x .

Questão 2

Raciocínio Esperado: Substituir o valor de x na função e elevar ao quadrado, lembrando que um número negativo ao quadrado resulta em um número positivo. **Erros Comuns:**

Esquecer o sinal negativo ao elevar ao quadrado. **Dicas:** $(-a)^2 = a^2$.

Questão 3

Raciocínio Esperado: Identificar que o denominador de uma fração não pode ser zero.

Erros Comuns: Não considerar a restrição do denominador. **Dicas:** Divisão por zero é indefinida.

Questão 4

Raciocínio Esperado: Entender que uma função constante sempre retorna o mesmo valor, independentemente da entrada. **Erros Comuns:** Achar que a imagem é um intervalo ou um conjunto de vários valores. **Dicas:** A imagem de uma função constante é um conjunto unitário.

Questão 5

Raciocínio Esperado: Substituir x por 0 na função. **Erros Comuns:** Erros de cálculo básico. **Dicas:** O valor de $f(0)$ em uma função linear é o coeficiente linear (onde a reta corta o eixo y).

Questão 6

Raciocínio Esperado: Primeiro, calcular $g(1)$. Depois, usar o resultado como entrada para $f(x)$. **Erros Comuns:** Inverter a ordem das funções ou calcular $f(1)$ e $g(1)$ separadamente sem compor. **Dicas:** $(f \circ g)(x) = f(g(x))$.

Questão 7

Raciocínio Esperado: Identificar que o radicando de uma raiz quadrada não pode ser negativo. **Erros Comuns:** Não considerar a restrição do radicando. **Dicas:** Para \sqrt{A} , $A \geq 0$.

Questão 8

Raciocínio Esperado: Substituir o valor de x e calcular o valor absoluto. **Erros Comuns:** Esquecer que o valor absoluto de um número negativo é positivo. **Dicas:** $|a| = a$ se $a \geq 0$ e $|a| = -a$ se $a < 0$.

Questão 9

Raciocínio Esperado: Encontrar os valores de x para os quais $r(x) = 0$. Pode-se usar a fórmula de Bhaskara ou fatoração. **Erros Comuns:** Erros na aplicação da fórmula de Bhaskara ou na fatoração. **Dicas:** As raízes de uma função quadrática são os pontos onde o gráfico da função intercepta o eixo x .

Questão 10

Raciocínio Esperado: Usar as fórmulas para as coordenadas do vértice de uma parábola: $x_v = -b / (2a)$ e $y_v = f(x_v)$. **Erros Comuns:** Erros de cálculo ou confusão nas fórmulas. **Dicas:** O vértice é o ponto de máximo ou mínimo da parábola.

Questão 11

Raciocínio Esperado: Trocar $f(x)$ por y , trocar x por y e y por x , e isolar o novo y . **Erros Comuns:** Erros algébricos ao isolar o y . **Dicas:** A função inversa

desfaz a operação da função original.

Questão 12

Raciocínio Esperado: Substituir os valores de x na função e realizar a operação de potenciação. **Erros Comuns:** Erros de cálculo, especialmente com números negativos.

Dicas: Lembre-se que um número negativo elevado a um expoente ímpar permanece negativo.

Questão 13

Raciocínio Esperado: Para o domínio, identificar que o denominador não pode ser zero. Para a imagem, isolar x em termos de y e identificar restrições. **Erros Comuns:** Esquecer de considerar as restrições para o domínio e a imagem. **Dicas:** Funções racionais têm assíntotas verticais e horizontais.

Questão 14

Raciocínio Esperado: Substituir os valores de x na função exponencial. **Erros Comuns:** Erros de cálculo com potências negativas. **Dicas:** $a^{(-n)} = 1 / a^n$.

Questão 15

Raciocínio Esperado: Aplicar a definição de logaritmo: $\log_b(a) = c \Leftrightarrow b^c = a$. **Erros Comuns:** Confundir a base com o logaritmando. **Dicas:** O logaritmo é o expoente ao qual a base deve ser elevada para produzir o número.

Questão 16

Raciocínio Esperado: Para $(f \circ g)(x)$, substituir x em $f(x)$ por $g(x)$. Para $(g \circ f)(x)$, substituir x em $g(x)$ por $f(x)$. **Erros Comuns:** Inverter a ordem da composição ou erros algébricos. **Dicas:** A ordem da composição de funções é importante.

Questão 17

Raciocínio Esperado: O logaritmando deve ser maior que zero. Resolver a inequação $x^2 - 9 > 0$. **Erros Comuns:** Esquecer que o logaritmando deve ser estritamente positivo. **Dicas:** Analise o sinal da função quadrática.

Questão 18

Raciocínio Esperado: Conhecer as propriedades da função seno. **Erros Comuns:** Confundir período com amplitude ou imagem. **Dicas:** O período da função seno é 2π e sua imagem varia de -1 a 1.

Questão 19

Raciocínio Esperado: Calcular o coeficiente angular (m) e depois usar a fórmula $y - y_1 = m(x - x_1)$. **Erros Comuns:** Erros de cálculo do coeficiente angular ou da equação da reta. **Dicas:** $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$.

Questão 20

Raciocínio Esperado: Aplicar a regra da cadeia para derivar a função exponencial. **Erros Comuns:** Erros na aplicação da regra da cadeia. **Dicas:** A derivada de e^u é $e^u \cdot u$.

Questão 21

Raciocínio Esperado: Duas condições: o logaritmando deve ser maior que zero ($x - 1 > 0$) e o radicando deve ser maior ou igual a zero ($\log(x - 1) \geq 0$). **Erros Comuns:** Esquecer uma das condições ou errar na resolução das inequações. **Dicas:** $\log(A) \geq 0$ implica $A \geq 1$.

Questão 22

Raciocínio Esperado: Calcular $f(g(x))$ e $g(f(x))$ separadamente e depois igualar as expressões para encontrar x . **Erros Comuns:** Erros algébricos na expansão ou na resolução da equação. **Dicas:** $f(g(x)) = (x + 1)^2$ e $g(f(x)) = x^2 + 1$.

Questão 23

Raciocínio Esperado: Fatorar o numerador e simplificar a expressão. O domínio é restrito pelo denominador original. **Erros Comuns:** Esquecer a restrição do domínio após a simplificação. **Dicas:** $(x^2 - a^2) = (x - a)(x + a)$.

Questão 24

Raciocínio Esperado: Simplificar a expressão algebricamente antes de substituir o valor do limite, pois a substituição direta resulta em uma indeterminação. **Erros Comuns:** Tentar substituir diretamente sem simplificar. **Dicas:** Use fatoração para remover a indeterminação.

Questão 25

Raciocínio Esperado: Aplicar a regra do produto para derivar a função. **Erros Comuns:** Erros na aplicação da regra do produto. **Dicas:** A derivada de $u \cdot v$ é $u'v + uv'$.

Questão 26

Raciocínio Esperado: Multiplicar o preço unitário pela quantidade. **Erros Comuns:** Nenhum, é uma questão muito direta. **Dicas:** Custo total = preço unitário * quantidade.

Questão 27

Raciocínio Esperado: Somar a taxa fixa com o produto do valor por quilômetro pela quantidade de quilômetros. **Erros Comuns:** Erros na montagem da expressão. **Dicas:** Função linear: $y = ax + b$, onde b é o valor fixo e a é o valor por unidade.

Questão 28

Raciocínio Esperado: Somar a temperatura inicial com o produto da taxa de aumento pelo tempo. **Erros Comuns:** Erros na montagem da expressão. **Dicas:** Função linear: $y = ax + b$.

Questão 29

Raciocínio Esperado: Subtrair o produto do gasto diário pelo número de dias do saldo inicial. **Erros Comuns:** Erros na montagem da expressão. **Dicas:** Função linear decrescente.

Questão 30

Raciocínio Esperado: Usar uma função exponencial com base 2, multiplicada pelo número inicial de bactérias. **Erros Comuns:** Usar uma função linear ou errar na base da potência. **Dicas:** Crescimento exponencial: $N(t) = N_0 \cdot b^t$.

Questão 31

Raciocínio Esperado: Lucro = Receita - Custo. Receita = Preço de venda * Quantidade. **Erros Comuns:** Erros na formulação da receita ou do lucro. **Dicas:** $L(x) = P(x) \cdot x - C(x)$.

Questão 32

Raciocínio Esperado: Encontrar o vértice da parábola, que representa o ponto de altura máxima. **Erros Comuns:** Erros no cálculo do vértice. **Dicas:** O tempo para a altura máxima é $t = -b / (2a)$.

Questão 33

Raciocínio Esperado: Subtrair 10% do valor original, ou multiplicar por 0.9. **Erros Comuns:** Subtrair apenas 10 sem multiplicar pelo valor original. **Dicas:** Desconto de $x\%$ significa multiplicar por $(1 - x/100)$.

Questão 34

Raciocínio Esperado: Usar uma função exponencial com a taxa de crescimento. **Erros Comuns:** Usar juros simples ou errar na base da potência. **Dicas:** Crescimento populacional: $P(t) = P_0 * (1 + taxa)^t$.

Questão 35

Raciocínio Esperado: Usar a fórmula de juros simples: $M = C * (1 + i * t)$. **Erros Comuns:** Confundir com juros compostos. **Dicas:** Juros simples: $M = C + J$, onde $J = C * i * t$.

Questão 36

Raciocínio Esperado: Igualar as duas funções de custo e resolver para x . **Erros Comuns:** Erros algébricos na resolução da equação. **Dicas:** $Custo_A(x) = Custo_B(x)$.

Questão 37

Raciocínio Esperado: Substituir o tempo na função exponencial. **Erros Comuns:** Erros de cálculo com potências. **Dicas:** A base 0.8 indica uma diminuição da concentração.

Questão 38

Raciocínio Esperado: Se um lado é x , o outro lado é $(100 - 2x) / 2 = 50 - x$. A área é o produto dos lados. **Erros Comuns:** Erros na formulação do segundo lado ou na área. **Dicas:** Perímetro do retângulo = $2 * (lado1 + lado2)$.

Questão 39

Raciocínio Esperado: Usar uma função exponencial com a taxa de depreciação. **Erros Comuns:** Usar juros simples ou errar na base da potência. **Dicas:** Depreciação: $V(t) = V_0 \cdot (1 - \text{taxa})^t$.

Questão 40

Raciocínio Esperado: Substituir o tempo na função logística. **Erros Comuns:** Erros de cálculo com a exponencial. **Dicas:** Funções logísticas modelam crescimento com limite.

Questão 41

Raciocínio Esperado: O lado da base da caixa será $(20 - 2x)$ e a altura será x . O volume é $(\text{lado da base})^2 \cdot \text{altura}$. **Erros Comuns:** Erros na formulação das dimensões da caixa. **Dicas:** Desenhe a folha de papelão e os cortes.

Questão 42

Raciocínio Esperado: Lucro = Receita - Custo. Receita = $P(x) \cdot x$. Encontrar a função lucro, derivar e igualar a zero para encontrar o máximo. **Erros Comuns:** Erros na formulação do lucro, na derivação ou na resolução da equação. **Dicas:** O lucro é maximizado quando a derivada do lucro é zero.

Questão 43

Raciocínio Esperado: Calcular o limite da função quando t tende ao infinito. A parte exponencial tende a zero. **Erros Comuns:** Não entender o conceito de limite ou errar no cálculo. **Dicas:** $e^{(-\infty)} = 0$.

Questão 44

Raciocínio Esperado: Encontrar as raízes da função para determinar o alcance horizontal. A distância máxima é a maior raiz. **Erros Comuns:** Erros no cálculo das raízes. **Dicas:** As raízes são os pontos onde o projétil atinge o solo.

Questão 45

Raciocínio Esperado: Igualar o volume a zero e resolver para t . **Erros Comuns:** Erros algébricos na resolução da equação. **Dicas:** Quando o volume é zero, a piscina está vazia.

Questão 46

Raciocínio Esperado: Se o volume é 1000 e a base é quadrada de lado x , a altura é $1000/x^2$. A área total é a área da base mais a área das 4 faces laterais. **Erros Comuns:** Erros na formulação da altura ou da área total. **Dicas:** Área total = Área da base + Área lateral.

Questão 47

Raciocínio Esperado: Integrar a função de custo marginal para obter a função de custo total e usar o custo fixo como constante de integração. **Erros Comuns:** Erros na integração ou esquecer a constante de integração. **Dicas:** A integral de $C'(x)$ é $C(x)$.

Questão 48

Raciocínio Esperado: A população atinge um equilíbrio quando a taxa de variação é zero. Resolver $dP/dt = 0$. **Erros Comuns:** Não entender o conceito de equilíbrio ou errar na resolução da equação. **Dicas:** A função logística tem um limite superior (capacidade de carga).

Questão 49

Raciocínio Esperado: Usar a fórmula da distância entre dois pontos. Minimizar a distância ao quadrado para evitar a raiz quadrada. Derivar e igualar a zero. **Erros Comuns:** Erros na formulação da distância ou na derivação. **Dicas:** A distância entre (x_1, y_1) e (x_2, y_2) é $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Questão 50

Raciocínio Esperado: Verificar se os limites laterais da função em $x = 0$ são iguais e se são iguais ao valor da função em $x = 0$. **Erros Comuns:** Não verificar todas as condições de continuidade. **Dicas:** Uma função é contínua em um ponto se o limite da função nesse ponto existe e é igual ao valor da função nesse ponto.