

LISTA DE EXERCÍCIOS: FUNÇÕES DO 2º GRAU

(QUADRÁTICA)

Prof. Luiz Freire

PARTE 1 - EXERCÍCIOS DE CÁLCULO DIRETO

Nível Muito Fácil:

- 1) Dada a função $f(x) = x^2 + 4x + 3$, determine as raízes.
- 2) Encontre o vértice da função $f(x) = x^2 - 6x + 8$.
- 3) Calcule o valor de $f(2)$ para $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$.
- 4) Determine se a parábola $f(x) = -x^2 + 2x - 1$ tem concavidade para cima ou para baixo.
- 5) Resolva a equação $x^2 - 5x + 6 = 0$.

Nível Fácil:

- 6) Determine os intervalos em que $f(x) = x^2 - 4x + 3$ é crescente e decrescente.
- 7) Encontre o valor mínimo da função $f(x) = 3x^2 - 12x + 10$.
- 8) Dada $f(x) = -2x^2 + 8x - 6$, calcule $f(1) + f(3)$.
- 9) Determine a soma e o produto das raízes de $f(x) = x^2 - 7x + 10$.
- 10) Esboce o gráfico de $f(x) = x^2 - 2x - 3$, indicando vértice e raízes.

Nível Moderado:

- 11) Para $f(x) = x^2 + (k-1)x + 4$, determine k para que a função tenha uma única raiz real.
- 12) Resolva a inequação $x^2 - 9 > 0$.
- 13) Determine a função quadrática cujas raízes são 2 e -3 e que passa por (1, 8).
- 14) Calcule o valor máximo de $f(x) = -x^2 + 6x - 5$.
- 15) Dada $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $f(1) = 0$, $f(2) = 3$ e $f(3) = 8$, encontre a , b , c .

Nível Difícil:

- 16) Determine m para que $f(x) = (m-1)x^2 + 2mx + 3$ tenha valor mínimo igual a 2.
- 17) Resolva o sistema:
$$\begin{cases} x^2 + y = 5 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$$
- 18) Prove que a função $f(x) = x^2 + 4x + 5$ nunca assume valores negativos.
- 19) Determine a área do triângulo formado pelos pontos de interseção de $f(x) = x^2 - 4x + 3$ com os eixos coordenados.
- 20) Se $f(x) = x^2 + bx + c$ tem vértice em $(2, -1)$, encontre b e c .

Nível Muito Difícil:

- 21) Determine todas as funções quadráticas $f(x)$ tais que $f(x) = f(2 - x)$ para todo x .

- 22) Resolva $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = x - 2$.

- 23) Se $f(x) = ax^2 + bx + c$ tem raízes α e β , mostre que $f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta)$.

- 24) Para $f(x) = x^2 - 2mx + m^2 - 1$, determine m para que $f(x)$ tenha raízes reais e distintas.

- 25) Se $f(x) = x^2 + px + q$ tem mínimo em $x = 3$ e $f(3) = 4$, encontre p e q .

PARTE 2 - EXERCÍCIOS DE SITUAÇÃO-PROBLEMA

Nível Muito Fácil:

- 26) Um objeto é lançado e sua trajetória é dada por $h(t) = -5t^2 + 20t$. Qual a altura máxima atingida?

- 27) O lucro de uma empresa é dado por $L(x) = -x^2 + 50x$. Quantas unidades devem ser vendidas para o lucro ser máximo?

- 28) A área de um quadrado é $A(x) = x^2$. Se o lado aumenta em 3 unidades, qual a nova área?

- 29) Um jardim retangular tem área $A(x) = x(10 - x)$. Qual o valor de x que maximiza a área?

- 30) Um míssil segue a trajetória $h(t) = -2t^2 + 16t$. Em que instante ele atinge o solo?

Nível Fácil:

- 31) Uma bola é lançada e sua altura é dada por $h(t) = -4,9t^2 + 19,6t$. Qual o tempo até voltar ao solo?

- 32) O custo de produção é $C(x) = x^2 - 20x + 200$. Qual o custo mínimo?

- 33) Um retângulo tem perímetro 20 cm. Expressa a área em função de um dos lados e encontre a área máxima.

- 34) O número de clientes de uma loja é dado por $N(t) = -t^2 + 10t + 24$. Em que horário há o maior número de clientes?

- 35) Um projétil tem trajetória $h(t) = -5t^2 + 50t$. Qual a altura após 3 segundos?

Nível Moderado:

- 36) Uma empresa tem receita $R(x) = 100x - x^2$ e custo $C(x) = x^2 - 20x + 300$. Determine o lucro máximo.

- 37) Um terreno retangular deve ter área máxima com 80 metros de cerca. Quais as dimensões?

- 38) A temperatura de uma cidade varia conforme $T(t) = -t^2 + 12t - 20$. Qual a temperatura máxima?

- 39) Um reservatório tem vazão dada por $V(t) = -t^2 + 6t$. Quando o volume é máximo?

- 40) Um fazendeiro quer cercar um pasto retangular usando um rio como um dos lados. Se ele tem 200 m de cerca, qual a área máxima?

Nível Difícil:

- 41) Um satélite tem órbita dada por $h(t) = -0,1t^2 + 2t + 10$. Qual a altura máxima atingida?

- 42) O lucro de um produto é $L(x) = -2x^2 + 120x - 1000$.

- Qual o intervalo de vendas para lucro positivo?
- 43) Um túnel tem formato parabólico dado por $h(x) = -x^2 + 10x$. Qual a altura máxima do túnel?
- 44) Um míssil tem alcance dado por $d(t) = -t^2 + 10t$. Qual o alcance máximo?
- 45) Um investimento tem retorno dado por $R(t) = -t^2 + 8t + 16$. Em que ano o retorno é máximo?
- Nível Muito Difícil:**
- 46) Uma ponte tem arco parabólico dado por $h(x) = -0,02x^2 + 2x$. Qual a altura máxima?
- 47) O lucro de uma empresa é $L(x) = -x^3 + 12x^2 - 36x$. Determine o lucro máximo no intervalo $[0, 6]$.
- 48) Um foguete tem trajetória $h(t) = -t^2 + 20t + 50$. Qual a altura após 5 segundos?
- 49) Um terreno deve ser dividido em lotes retangulares com área máxima, usando 500 m de cerca. Quais as dimensões?
- 50) Um sinal de rádio tem intensidade dada por $I(d) = -d^2 + 10d + 24$. Qual a distância para intensidade máxima?

GABARITO COMPLETO - FUNÇÕES DO 2º GRAU

- | | | |
|---|---|--------------------------------------|
| 1. $x = -1$ e $x = -3$ | 15. $a = 1$, $b = 0$, $c = -1$ | 33. Área máxima: 25 cm^2 |
| 2. Vértice: $(3, -1)$ | 16. $m = 2$ | 34. $t = 5$ horas |
| 3. $f(2) = 3$ | 17. Soluções: $(1, 3)$ e $(4, 9)$ | 35. 105 metros |
| 4. Concavidade para baixo | 18. $\Delta = -4 < 0$ e $a > 0 \rightarrow$ sempre positiva | 36. Lucro máximo: 400 |
| 5. $x = 2$ e $x = 3$ | 19. Área: 6 | 37. $20\text{m} \times 20\text{m}$ |
| 6. Crescente: $x > 2$; Decrescente: $x < 2$ | 20. $b = -4$, $c = 3$ | 38. 16°C |
| 7. Valor mínimo: -2 | 21. $f(x) = ax^2 - 4ax + c$ | 39. $t = 3$ horas |
| 8. $f(1) + f(3) = 0$ | 22. $x = 2$ | 40. 5000 m^2 |
| 9. Soma: 7; Produto: 10 | 23. Forma fatorada: $a(x-\alpha)(x-\beta)$ | 41. 20 km |
| 10. Vértice: $(1, -4)$; Raízes: $x = -1$ e $x = 3$ | 24. $m > 1$ ou $m < -1$ | 42. $10 < x < 50$ |
| 11. $k = 5$ ou $k = -3$ | 25. $p = -6$, $q = 13$ | 43. 25 metros |
| 12. $x < -3$ ou $x > 3$ | 26. 20 metros | 44. 25 km |
| 13. $f(x) = 2x^2 + 2x - 12$ | 27. 25 unidades | 45. $t = 4$ anos |
| 14. Valor máximo: 4 | 28. $(x+3)^2$ | 46. 50 metros |
| | 29. $x = 5$ | 47. Lucro máximo: 16 |
| | 30. $t = 8$ segundos | 48. 125 metros |
| | 31. $t = 4$ segundos | 49. $125\text{m} \times 125\text{m}$ |
| | 32. Custo mínimo: 100 | 50. 5 km |

COMENTÁRIOS SOBRE BANCAS EXAMINADORAS

ENEM:

- Foco em aplicações práticas (otimização, movimento de projéteis)
- Dica: Atenção às unidades de medida nos problemas

PAS/UNB:

- Exige domínio algébrico e interpretação geométrica
- Erro comum: Não relacionar o vértice ao contexto do problema

Vestibular UNB:

- Cobra demonstrações matemáticas rigorosas
- Dica: Pratique provas anteriores

Concursos CEBRASPE:

- Questões conceituais sobre propriedades das funções
- Erro comum: Confundir termos da função quadrática

DICAS FINAIS:

- Sempre verifique o discriminante (Δ) antes de calcular raízes
- Para problemas de máximo/mínimo: encontre sempre o vértice
- Em gráficos: marque claramente vértice, raízes e interseção com eixo y.
- Use soma e produto para agilizar cálculos de raízes.